

1ª OMM – PRIMEIRA OLIMPÍADA MOGE DE MATEMÁTICA

Caderno de questões

❖ Dados do participante:

Nome: _____

Série/Turma: _____

Nível da prova: (___) 9º ano, (___) Ensino Médio

Data: 07/12/2024

❖ Regras para realização da prova:

1. Preencha todo caderno de respostas apenas com caneta azul ou preta;
2. É proibido utilizar aparelhos analógicos e/ou eletrônicos que contenham informações externas à prova e que não tenham sido explicitamente permitidas no regulamento divulgado;
3. Assinar lista de presença ao final da prova e antes de deixar o local de prova;
4. Cada questão aqui chamada de “fechada” tem apenas uma única alternativa correta;
5. O tempo máximo de prova é de 3 horas e o mínimo de 2 horas. O participante só poderá se ausentar do local de prova com a clara autorização do fiscal.

❖ Rascunho para o gabarito:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Obs.: Note que este rascunho serve apenas para sua conferência pessoal, mas não contará para nota e/ou classificação na olimpíada.



Fechadas**Questão 1**

Qual é o algarismo da unidade da soma:
 $8^{2024} + 3^{2024}$?

- a) 0
- b) 1
- c) 5
- d) 7
- e) 9

Questão 2

Um livro raro foi roubado de uma biblioteca e há quatro suspeitos: Alice, Bruno, Carla e Daniel. Durante o interrogatório, eles fazem as seguintes declarações:

Alice: – Bruno é o culpado.

Bruno: – Carla é a culpada.

Carla: – Eu não sou a culpada.

Daniel: – Bruno mente quando diz que Carla é a culpada.

Sabendo que apenas um dos quatro disse a verdade, determine se é possível, apenas com esses dados, identificar o culpado. Caso afirmativo, identifique quem foi.

- a) Alice
- b) Bruno
- c) Carla
- d) Daniel
- e) Não é possível

Questão 3

Um aluno começou a escrever a seguinte sequência:

MOGEGOMOGEGOMOGEGO ...

Qual será o 2024º termo desta sequência?

- a) M
- b) O
- c) G
- d) E
- e) Não consigo calcular

Questão 4

Em um jogo, o personagem jogável (avatar) pode criar subordinados ao gastar uma certa quantidade de mana, característica que indica quantos pontos de magia o personagem possui. A quantidade de mana nesse jogo não é numérica, então o jogador apenas sabe a proporção da mana gasta ao realizar cada ação.

Certo dia, o jogador Pietro utiliza $\frac{1}{3}$ da mana de seu avatar para criar o subordinado *Elementus* para o ajudar em uma batalha importante. Alguns dias depois, após seu avatar evoluir para outra classe mais poderosa, Pietro cria o subordinado Gaius, gastando metade de sua mana atual.

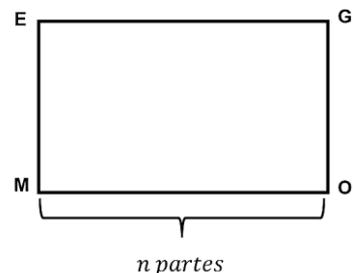
Conversando com um amigo que também gosta do mesmo jogo, Pietro comenta que ficou frustrado pois achou que Gaius seria muito mais poderoso que *Elementus*, mas na verdade a quantidade de mana gasta foi de pouca diferença entre os dois. Em resposta, seu amigo o corrige dizendo que a diferença pareceu baixa pois o avatar tinha evoluído, então a quantidade de mana máxima teria aumentado bastante.

Sabendo que ao evoluir de classe o avatar passa a ter dez vezes mais mana, então indique a razão da mana gasta para criar Gaius em relação à mana gasta para criar *Elementus*.

- a) 1,5.
- b) 0,666....
- c) 6,666....
- d) 10.
- e) 15.

Questão 5

Considere o seguinte retângulo:



O segmento \overline{MO} foi dividido em n partes iguais, de tal modo que cada segmento forme a base de um triângulo com altura igual do retângulo *MOGE*. Qual é a razão entre a área de um triângulo formado e a área total da figura?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{2n}$
- c) $\frac{1}{2n^2}$
- d) $\frac{2n}{n^2}$
- e) $\frac{n}{2}$

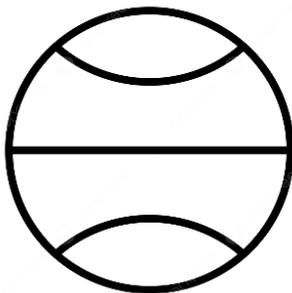
Questão 6

Franca consolidou sua posição como a capital do basquete em 2024, com um desempenho excepcional em competições nacionais e internacionais. A paixão da cidade pelo esporte é evidente em cada esquina, unindo a comunidade em torno de vitórias emocionantes.

A bola de basquete foi criada por James Naismith em 1891, usando uma bola de futebol de couro para seu novo jogo. A evolução da bola ao longo dos anos acompanhou o crescimento e profissionalização do esporte.

Muitos times de basquete utilizam, na confecção de seu logotipo, a figura abaixo, que é a vista frontal planificada da bola de basquete. Uma confecção de uniformes tem 6 cores disponíveis para colorir os espaços em branco do logo.

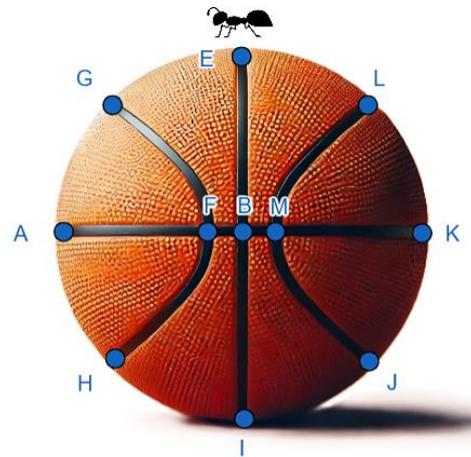
De quantas maneiras diferentes a confecção poderia colorir o logo com as cores citadas, de modo que as regiões vizinhas (regiões com apenas um ponto em comum não são consideradas vizinhas) tenham cores diferentes.

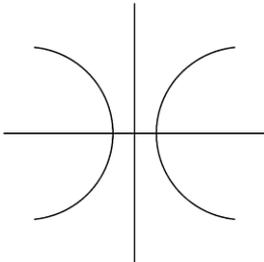
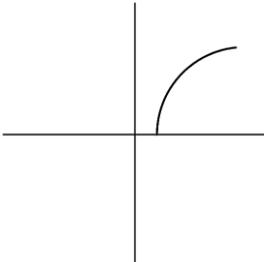
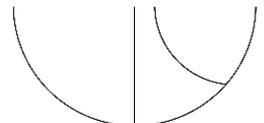
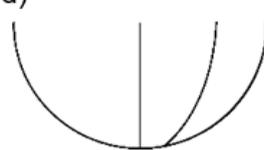
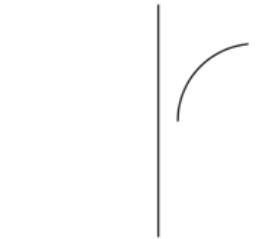


- a) 120
- b) 360
- c) 750
- d) 840
- e) 900

Questão 7

Após um jogo cansativo de basquete, João foi descansar e deixou a bola ao seu lado. Coincidentemente, uma formiga começou a andar sobre ela. Caminhando apenas pelas linhas da bola de basquete, a formiga sai do ponto E, em direção ao ponto I, passando pelo ponto B. Em seguida, ela sai do ponto I e vai para o ponto A, passando por F. Depois, ela caminha de A até o ponto L, passando por M. Por fim, sai de L e termina em K, passando por M. Dentre as alternativas abaixo, escolha aquela que melhor represente a projeção ortogonal do percurso da formiga.



- a) 
- b) 
- c) 
- d) 
- e) 

Questão 8

Em um anime, o protagonista Luxiat foi trazido do mundo normal para uma outra dimensão em uma vila que é normal ter dragões e guerreiros. Nesse novo mundo, Luxiat aproveita seu conhecimento antigo sobre matemática e estuda qual a melhor maneira de domar e cuidar dos dragões.

Um dos dragões, o Calmaria, busca 30 kg de peixe a cada 3 dias; enquanto outro dragão, o Alegria-do-Dia, busca 50 kg de peixe a cada 2 dias. Considerando apenas os dias que os dois dragões buscam peixes juntos, qual foi a quantidade de peixes que Luxiat guardou em 30 dias?

- a) 1050 kg.
- b) 400 kg.
- c) 300 kg.
- d) 650 kg.
- e) 750 kg.

Questão 9

Carl Friedrich Gauss foi um notável matemático que desenvolveu vários campos de pesquisa no mundo científico. Quando tinha apenas oito anos, ficou famoso por descobrir uma técnica para somar os números naturais de 1 a 100. Veja como ele fez:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$$

$$100 + 99 + 98 + \dots + 2 + 1$$

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101$$

Ou seja, percebeu que havia 100 parcelas do número 101 nas duas somas, logo

$$100 * 101$$

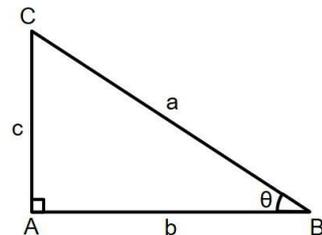
Porém, esse valor é correspondente a duas somas de 1 a 100. Então o pequeno Gauss observou que era necessário dividir esse valor por dois, ou seja 10.100 dividido por 2 e conseguiu 5050.

Utilizando essa mesma técnica, some os números naturais de 1 a 300.

- a) 15150
- b) 45150
- c) 30150
- d) 10150
- e) 60150

Questão 10

Há indícios que o Teorema de Pitágoras já era conhecido muito antes do próprio Pitágoras ter nascido. Recentemente foi descoberto um documento fenício que já trazia inscrições sobre esse importante resultado da matemática. Dado o triângulo retângulo abaixo, o que podemos afirmar?



- a) $a^2 = b^2 + c^2$
- b) $b^2 = a^2 + c^2$
- c) $c^2 = b^2 + a^2$
- d) $b = a + c$
- e) $a = b + c$

Abertas

Questão 11

Fazendo uso das peças numeradas de 1 a 7, faça o que se pede:

a) Usando 3 peças quaisquer, monte um retângulo e desenhe-o numerando as peças utilizadas.

b) Usando 4 peças quaisquer, monte um trapézio e desenhe-o numerando as peças utilizadas.

c) Usando 5 peças quaisquer, monte um quadrado e desenhe-o numerando as peças utilizadas.

d) Considerando que a peça número 7 possui uma área de $1/4$ ou $0,25 u^2$, qual a área da peça número 4?

Questão 12) Considere um retângulo $ABCD$ com $AB = 4x + 5$, $BC = x$, $\overline{AB} // \overline{CD}$ e $\overline{AD} // \overline{BC}$. O perímetro do retângulo $ABCD$ é igual a 60.

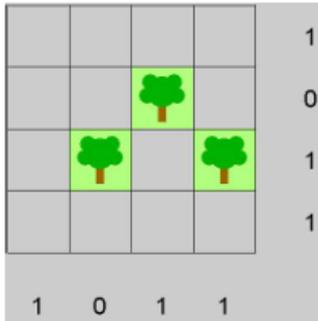
a. Qual o valor de cada lado deste retângulo?

b. Qual o valor da hipotenusa do triângulo retângulo isósceles equivalente ao retângulo $ABCD$?

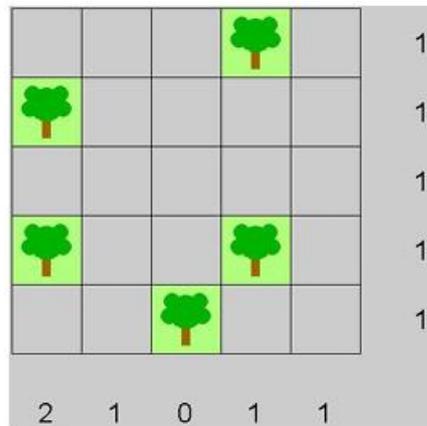
(Dado: $\sqrt{5} = 2,24$)

Questão 13) Desenhe barracas nos quadradinhos vazios de modo que não haja barracas adjacentes (e nem diagonalmente). Cada barraca deve ser colocada ao lado de uma árvore. Em cada linha e coluna deve haver exatamente o número de barracas marcado ao redor do tabuleiro.

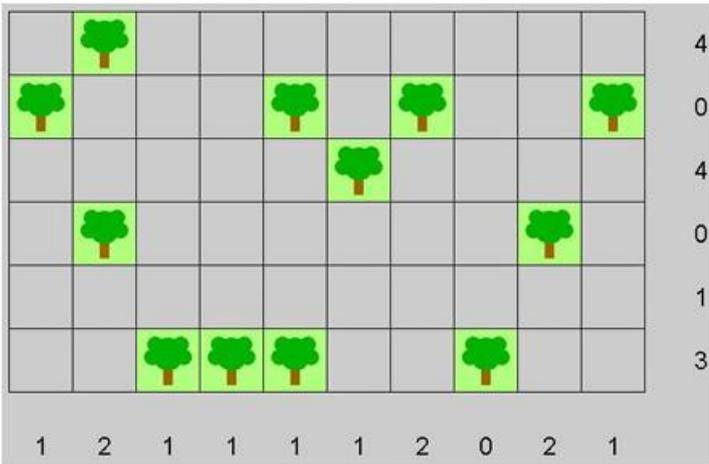
a)



b)



c)





1ª OMM – PRIMEIRA OLIMPÍADA MOGE DE MATEMÁTICA

Caderno de respostas – 9º ano

❖ Dados do participante:

Nome: _____

Série/Turma: _____

Nível da prova: (___) 9º ano, (___) Ensino Médio

Data: 07/12/2024

❖ Regras para preenchimento desse caderno de respostas:

1. Preencha todo caderno de respostas apenas com caneta azul ou preta;
2. Assinar lista de presença ao final da prova e antes de deixar o local de prova;
3. Cada questão aqui chamada de “fechada” tem apenas uma única alternativa correta;
4. As respostas das questões aqui chamadas de “abertas” devem estar completamente escritas à caneta, sendo que qualquer parte escrita a lápis será desconsiderada;
5. As respostas das questões “abertas” devem ter algum tipo de raciocínio e/ou justificativa, e devem ser escritas exclusivamente dentro dos espaços reservados. Caso erre alguma parte já escrita à caneta, o fiscal indicará em lousa como proceder;
6. O tempo máximo de prova é de 3 horas, sendo que o tempo mínimo de prova é de 2 horas. O participante só poderá se ausentar do local de prova com a clara autorização do fiscal.

❖ **Gabarito oficial:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Obs.: Cuidado ao escrever nesse espaço, pois qualquer rasura poderá anular a respectiva resposta.



Resolução da questão 11:



Resolução da questão 12:

A large, empty rectangular box with a black border, intended for the student's resolution of question 12.

Resolução da questão 13:

